3. DINAMICA DE TRASLACIÓN

Si en el capítulo anterior nos hemos dedicado a estudiar el movimiento sin ocuparnos de las causas que lo producen, aquí no sólo nos ocuparemos de éstas sino que además estudiaremos la relación (2ª ley de Newton) que existe entre las causas (fuerza $\vec{F}$) y los efectos (movimiento).

Podemos decir que el resultado de la *interacción* entre un objeto y su medio circundante es lo que denominamos *fuerza*. La fuerza que actúa sobre un cuerpo puede deformarlo, cambiar su estado de movimiento, o ambas cosas.

Las “fuerzas de contacto” no son más que una descripción macroscópica de fuerzas que se manifiestan en el contacto mecánico de objetos. Aunque estas fuerzas son la manifestación total, a gran escala, de las fuerzas electromagnéticas entre gran número de átomos, sirven tan bien para describir la mayor parte de las interacciones comunes, en los fenómenos mecánicos, que merecen una categoría por sí mismas. Aún siendo conveniente esta clasificación para las descripciones macroscópicas debemos decir que las interacciones conocidas en la naturaleza son: 1) *la fuerza gravitatoria*, que aparecen entre los objetos a causa de sus masas, 2) *la fuerza electromagnética*, debidas a las cargas eléctricas, polos de un imán y o corrientes eléctricas, 3) *las fuerzas nucleares fuertes* y 4) *las fuerzas nucleares débiles,* que dominan las interacciones entre las partículas subatómicas si están separadas por distancias menores que unos 10^{-15} [m].
Puede incluso que este grado de clasificación sea innecesariamente grande; el sueño de los físicos es encontrar una idea unificadora que permita reconocer todas estas fuerzas como aspectos de una misma cosa. De hecho Albert Einstein dedicó la mayor parte de sus últimos años a este problema sin resultado; en la actualidad parece de sentido y conveniente la aceptación de varias clases diferentes de fuerzas.

En esta sección nos ocuparemos en el marco de la mecánica clásica a las dos primeras interacciones encontradas en la naturaleza. Dichas interacciones satisfacen tres leyes o principios, las cuales fueron enunciadas por Isaac Newton (1642-1727) y resumen la dinámica de traslación.

- **Leyes de Newton**

Partícula libre:

Una partícula libre es aquella que no está sujeta a interacción alguna. Estrictamente ablando no existe tal cosa, ya que toda partícula está sujeta a interacciones con respecto del universo. Luego una partícula libre debería estar completamente aislada, o ser la única partícula del universo. Pero entonces sería imposible observarla porque en el proceso de observación, hay siempre una interacción entre el observador y la partícula. En la práctica, sin embargo hay algunas partículas que se pueden considerar libres porque se encuentran suficientemente lejos de otras y sus interacciones son despreciables.

***Primera ley de Newton. Sistemas de referencias inerciales*.**

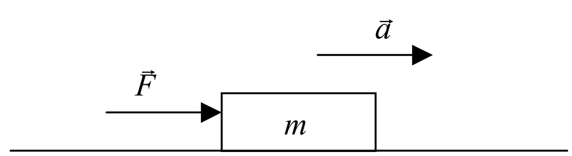
Ambiguamente se pensaba que se necesitaba alguna influencia, interacción o fuerza para conservar el movimiento de un cuerpo. Se creía que se encontraba en su estado natural cuando estaba en reposo. Se pensaba, por ejemplo, que para poner en movimiento al cuerpo con velocidad constante, tenía que impulsarlo continuamente un agente externo; de otra manera se detendría. Sin embargo, Galileo Galilei debatió esa idea y dijo “ repitamos el experimento, usando un bloque más liso y una superficie más lisa cada vez. Se encuentra que el bloque disminuirá su velocidad con mayor lentitud y cada vez llegará más y más lejos. Extrapolando al caso ideal, el cuerpo seguirá indefinidamente en línea recta con velocidad constante”.

Por lo tanto la ley de inercia o primera ley afirma que si sobre un cuerpo la resultante de las fuerzas aplicadas es nula, el cuerpo estará en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme (M.R.U.), únicos estados en los que no varía su velocidad (su aceleración es nula). Esta ley, también llamada ley de inercia, (y las otras dos) sólo es válida si el observador está en un marco de referencia inercial, es decir, un sistema de referencia inercial es aquél en el que un cuerpo no sometido a interacciones está en reposo o en M.R.U. Serán sistemas de referencia inerciales todos aquellos que sean fijos o los que posean velocidad constante respecto de los fijos. La Tierra no es un marco inercial pero podemos considerar, para movimientos en torno a la Tierra, que los sistemas fijos a la Tierra son también inerciales.

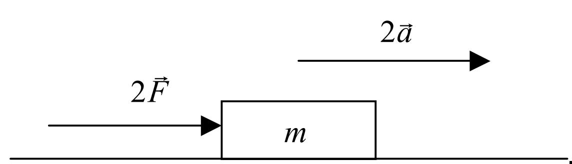
Masa inercial. Segunda Ley de Newton.

La resistencia de un cuerpo a cambiar su estado de reposo o movimiento se llama inercia. La masa es un término que se utiliza para cuantificar la inercia. Así entre dos cuerpos a los que se les aplica una misma fuerza se acelerará más aquél que posea menos masa (presenta una oposición menor a cambiar su estado de movimiento). En el sistema internacional, la masa se mide en [kg].
Por otro lado, la segunda ley de Newton es un resultado experimental en la cual entran en juego tres variable a saber: masa (m), aceleración ($\vec{a}$) y fuerza ($\vec{F}$).

1ª parte: Suponga que tenemos un bloque de masa m sobre una superficie lisa, al cual se le aplica una interacción o fuerza $\vec{F}$.

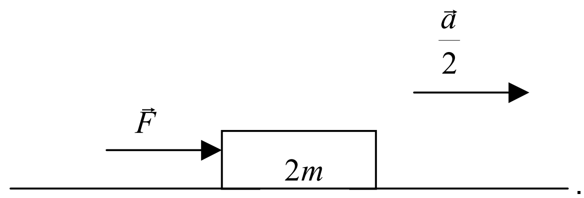


Como resultado de la fuerza $\vec{F}$, el bloque adquiere una aceleración $\vec{a}$. Si ahora aumentamos la fuerza al valor $2\vec{F}$, se observa que la aceleración aumenta al doble, es decir, $2\vec{a}$.



Si se prosigue aumentando la fuerza, digamos $n\vec{F}$, encontraremos que la aceleración se incrementa a $n\vec{a}$. Por lo tanto, se concluye que la aceleración $\vec{a}$ es directamente proporcional a la fuerza $\vec{F}$ aplicada, es decir, $\vec{a} \propto \vec{F}$.

2ª parte: Por otro lado, manteniendo la fuerza constante $\vec{F}$ y variando la masa se encuentra que si la masa aumenta al doble, la aceleración cae a la mitad.



Observamos que si la masa aumenta a nm, la aceleración disminuye al valor $\frac{1}{nm}$. De este modo la aceleración es inversamente proporcional a la masa, es decir, $|\vec{a}| \propto \frac{1}{m}$. Combinando la parte 1 y 2 encontramos que la aceleración es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa, es decir:

$$\vec{a} \propto \frac{\vec{F}}{m} \Leftrightarrow \vec{F} \propto m\vec{a}.$$

Como de una proporcionalidad pasamos a una igualdad a través de una constante, la expresión anterior puede ser escrita como:

$$\vec{F} = km\vec{a} \ .$$

La ecuación de dimensiones de la fuerza es MLT^{-2}, donde M= masa, L= longitud y T= tiempo. En el sistema internacional de unidades, se escoge como unidad de fuerza el Newton ([N]), tal que k=1 para masa en [Kg] y aceleración en $\left[{}^{m}\!/_{s^2}\right]$, De esta forma la segunda ley de Newton es la relación:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad . \tag{3.1}$$

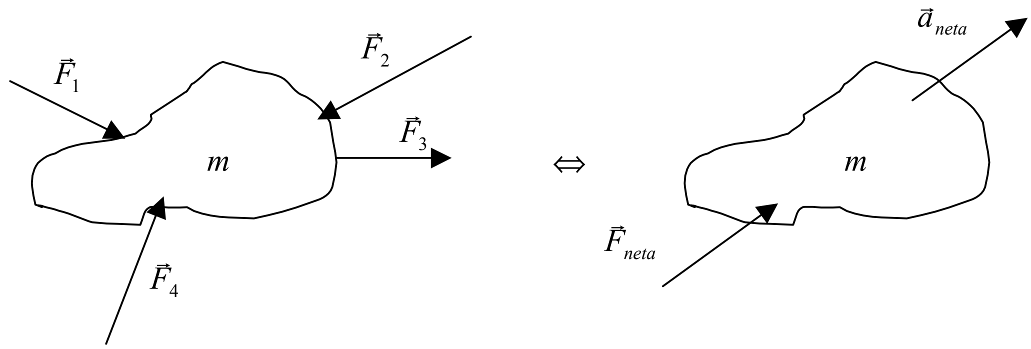
Así 1[N] es la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de masa 1 [kg] para que este adquiera una aceleración de 1[m/s^2].
En el sistema ingles la unidad de fuerza es la libra, tal que 1[lb]= 4,449[N]. En el sistema C.G.S., la unidad de fuerza es la dina, tal que $1[dina] = 1[gr] \cdot \left[\frac{cm}{s^2}\right] = 10^5[N]$.

La fuerza resultante que se ejerce sobre una partícula es proporcional a la aceleración que se produce en ella, siendo la constante de proporcionalidad la masa inercial. Si definimos ahora la cantidad de movimiento o momentum lineal $\vec{p}$ como el producto de la masa de la partícula por su velocidad, tendremos la segunda ley expresada de la siguiente manera:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}. \tag{3.2}$$

Donde leemos que las únicas causas que hacen variar el momentum lineal de una partícula es la fuerza resultante aplicada sobre la misma. Al igual que la anterior relación (3.1), (3.2) se cumple bajo un sistema de referencia inercial.

Para un sistema a la cual se le aplica un conjunto de fuerzas, por extensión de (3.1), encontramos :

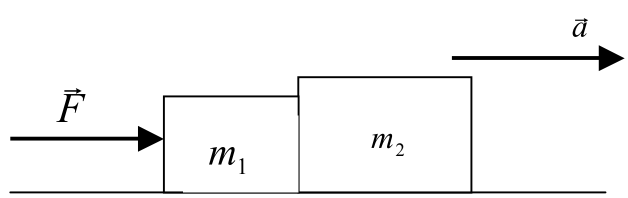


,

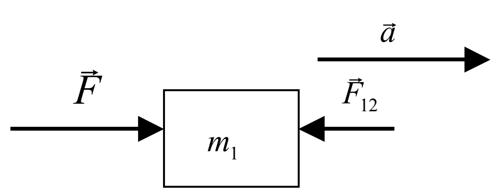
donde $\vec{a}_{neta} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + ... = \sum_1^n \vec{a}_i$, $\vec{F}_{neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... = \sum_1^n \vec{F}_i$ y por lo tanto $\vec{F}_{neta} = m\vec{a}_{neta}$. De esta forma, note la relación vectorial, en la cual la dirección de la fuerza neta es la dirección del movimiento del cuerpo, partícula o sistema.

Tercera Ley de Newton

Cuando dos partículas interaccionan entre si, la fuerza que hace la partícula 1 sobre 2 es igual en módulo y dirección pero de sentido contrario a la que hace 2 sobre 1. Es decir, las fuerzas en la naturaleza se presentan por pares, fuerza de acción y fuerza de reacción. Es conveniente decir aquí que no todas las fuerzas de igual módulo y dirección pero de sentido contrario son fuerzas de acción y reacción de momento se ha de tener en cuenta que estas fuerzas actúan sobre cuerpos diferentes.
La figura muestra dos bloques de masa m_1 y m_2 sobre una superficie lisa. Sobre m_1 se aplica una fuerza $\vec{F}$ y como resultado de esto, los dos cuerpos adquieren la misma aceleración $\vec{a}$ hacia la derecha. Analizando las fuerzas en la dirección del movimiento sobre cada uno de los cuerpos,



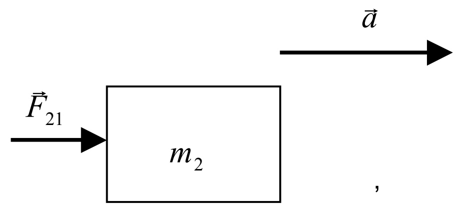
Sobre m_1 :



,

donde $\vec{F}_{12}$ es la fuerza que ejerce el cuerpo 2 sobre el 1 debido al contacto (reacción).

Sobre m_2 :



,

donde $\vec{F}_{21}$ es la fuerza que ejerce el cuerpo 1 sobre el 2 (acción). Note que la acción y reacción son fuerzas que actúan sobre cuerpos diferentes y da lo mismo a cual llamar acción o reacción. De este modo, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ es el par acción-reacción, relación que es conocida como la ley de acción y reacción. Por otro lado, si $\vec{F}$ es la acción aplicada sobre m_1, la reacción $-\vec{F}$ actúa sobre el agente que está aplicando la fuerza $\vec{F}$.

Diagrama de cuerpo libre (D.C.L.):

Al usar la 2ª ley de Newton, es necesario conocer exactamente las fuerzas que se aplican a un cuerpo. El diagrama de cuerpo libre viene a ser el esquema que representa el cuerpo aislado, es decir, libre de soportes y o uniones entre otros cuerpos, en la cual se dibujan solamente las fuerzas que se aplican a dicho cuerpo (llamadas externas) debido a la interacción con otros.

Peso de un cuerpo ($\vec{w}$):

El peso de un cuerpo es la fuerza gravitatoria que sobre el ejerce la tierra. Siendo el peso una fuerza, esta es una cantidad vectorial. La dirección de este vector es la dirección de la fuerza gravitatoria, es decir, central y por lo tanto en la línea que une ambos cuerpos. De esta forma el vector $\vec{w}$ queda hacia el centro de la Tierra donde su magnitud se expresa en [N], [lb] o en alguna otra unidad de fuerza.
Cuando un cuerpo de masa m se deja caer libremente, su aceleración es la aceleración de gravedad $\vec{g}$ y la fuerza que actúa sobre el es $\vec{w}$. Cuando se aplica la segunda ley de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ a un cuerpo que cae libremente, nos da:

$$\vec{w} = m\vec{g} \, , \tag{3.3}$$

donde tanto $\vec{w}$ y $\vec{g}$ son vectores dirigidos hacia el centro de la tierra.

Fuerzas de fricción:

El hecho de que un cuerpo arrojado en una mesa, al cabo de cierto tiempo se detenga, conlleva a que sobre el cuerpo interviene una resistencia contraria al movimiento. Como esta resistencia produce una disminución en la velocidad de cuerpo, esta se cuantifica mediante una fuerza. Esta fuerza se denomina de fricción o roce ($\vec{f}$).

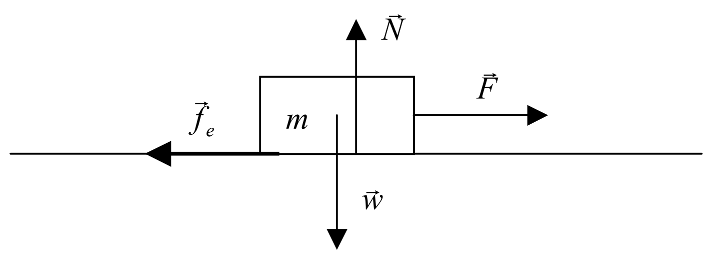
Clasificación:

Las fuerzas de fricción que obran entre superficies en reposo, una con respecto a la otra, se llaman fuerzas de fricción estática. La máxima fuerza de fricción estática será igual a la mínima fuerza necesaria para iniciar el movimiento. Una vez que el movimiento comienza, las fuerzas de fricción que actúan entre las superficies ordinariamente disminuyen, de tal manera que basta una fuerza menor para conservar el movimiento uniforme. Las fuerzas que obran entre las superficies en movimiento relativo se llaman fuerzas de fricción cinética o dinámica.

i. Para dos tipos dados de superficie cualquiera que estén secas y no lubricadas, experimentalmente se encuentra que la máxima fuerza de roce estática entre ellas, es decir, cuando el cuerpo está a punto de moverse, es aproximadamente independiente del área de contacto entre amplios límites, pero es proporcional a la fuerza normal ($\vec{N}$) que mantiene en contacto a las dos superficies, es decir, $f_e \propto N$ o bien:

$$f_e = \mu_e N , \tag{3.4}$$

donde μ_e es la constante de proporcionalidad llamada coeficiente de roce estático y se entiende que (2.3) es la expresión para la fuerza de fricción cuando el cuerpo está a punto de moverse.



ii. Para dos tipos de superficies dadas que están secas y no lubricadas, se encuentra que la fuerza de fricción cinética es aproximadamente independiente del área de contacto y que tampoco depende del estado de movimiento del cuerpo, entre amplios límites, pero es proporcional a la fuerza normal de contacto $\vec{N}$ que mantiene a las superficies en contacto. Si f_c representa la magnitud de la fuerza de roce cinética, podemos escribir:

$$f_c = \mu_c N, \tag{3.5}$$

donde μ_e es el coeficiente de roce cinético.

Observaciones:

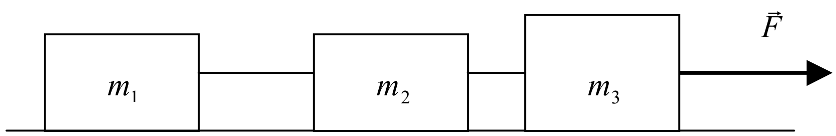
a. Tanto los coeficientes μ_e y μ_c son coeficientes sin dimensiones, los cuales dependen de la naturaleza de ambas superficies de contacto, siendo mayores en superficies ásperas o rugosas y menores, en general, si son lisas. Ordinariamente para un par dado de superficies, $\mu_e > \mu_c$ por lo explicado anteriormente.
b. Las ecuaciones (3.4) y (3.5) son ecuaciones en términos de las magnitudes de las fuerzas de roce y la normal. Estas fuerzas siempre son perpendiculares entre si.

c. Las fuerzas de fricción cinética y por lo tanto el coeficiente de rozamiento cinético depende de la velocidad relativa entre las superficies en contacto. A mayor velocidad este disminuye. Dentro de un amplio intervalo de velocidades no muy elevadas, podemos considerar a μ_c como constante.
d. El coeficiente de fricción entre superficies depende de muchas variables, a ser: la naturaleza de los materiales, el acabado de las superficies, películas en las superficies, temperatura y grado de contaminación. Las leyes de la fricción son leyes empíricas, fundadas no en una teoría que profundice las causas de la fricción, sino sólo en la observación de los efectos producidos.

Ejemplos:

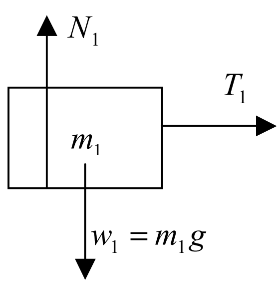
1. Tres bloques están conectados como se muestra en la figura, en una mesa horizontal lisa (sin roce) donde a m_3 se le aplica una fuerza $F = 30[N]$. Para $m_1 = 10[kg]$, $m_2 = 20[kg]$ y $m_3 = 30[kg]$, encuentre:

a. las tensiones en las cuerdas
b. la aceleración del sistema.



Diagramas de cuerpo libre

i) D.C.L. bloque de masa m_1:

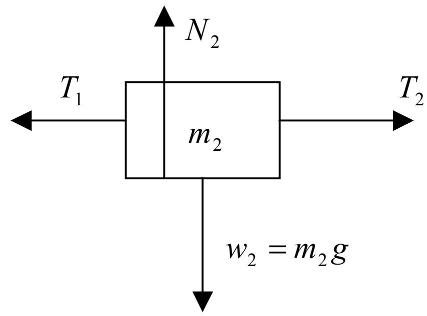


N_1 es la fuerza normal que ejerce la mesa sobre m_1, T_1 es la tensión que aplica la cuerda sobre m_1 y w_1 es el peso de la misma masa.
Como las fuerzas han quedado descompuestas en paralelas (//) y perpendiculares (⊥) al movimiento, usando la 2ª ley de Newton:

$$\sum F_{//} : T_1 = m_1 a \,, \tag{1}$$

$$\sum F_{\perp} : N_1 - m_1 g = 0. \tag{2}$$

ii) bloque de masa m_2 :

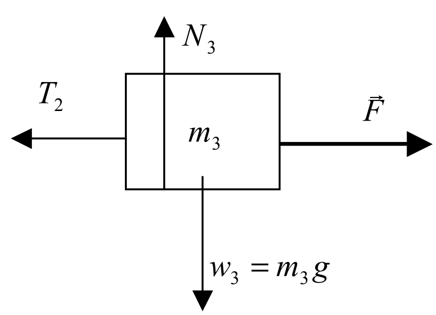


$\vec{T}_1$ es la tensión que aplica la cuerda de la izquierda sobre m_2 y $\vec{T}_2$ la tensión que aplica la cuerda de la derecha sobre la misma masa.
Usando la 2ª ley de Newton:

$$\sum F_{//} : T_2 - T_1 = m_2 a \ , \tag{3}$$

$$\sum F_{\perp} : N_2 - m_2 g = 0. \tag{4}$$

iii) bloque de masa m_3 :

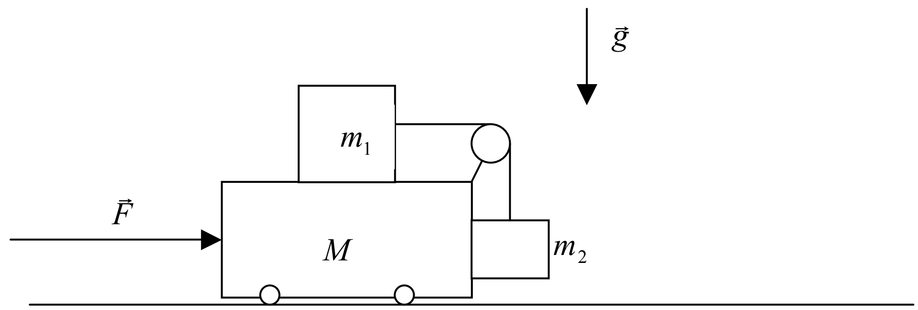


$$\sum F_{//} : F - T_2 = m_3 a \ , \tag{5}$$

$$\sum F_{\perp} : N_3 - m_3 g = 0. \tag{6}$$

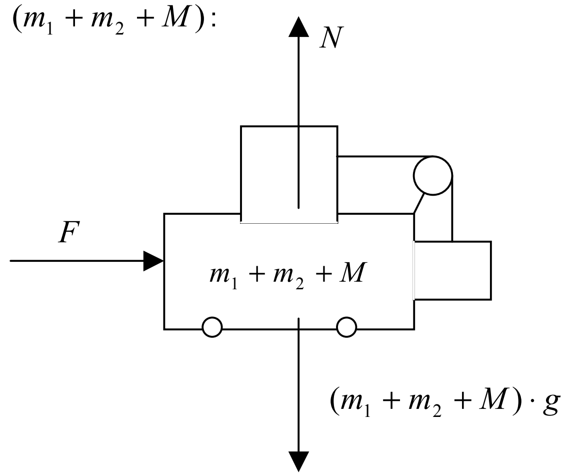
Sumando ecuaciones (1), (3) y (5), encontramos que $F=(m_1+m_2+m_3)a$, es decir, $a=0{,}5\left[m/s^2\right]$. Reemplazando en ec. (1), $T_1=5[N]$ y de ec. (3), $T_2=T_1+m_2a=15[N]$.

2. ¿Qué fuerza horizontal $\vec{F}$ debe aplicarse a M para que m_1 y m_2 no tengan movimiento relativo a M?. La superficie es lisa.



Solución:

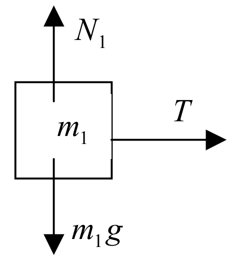
i) D.C.L. sistema (m_1+m_2+M):



$$\sum F_{//}: F=(m_1+m_2+M)\cdot a \tag{1}$$

$$\sum F_{\perp}: N-(m_1+m_2+M)\cdot g=0. \tag{2}$$

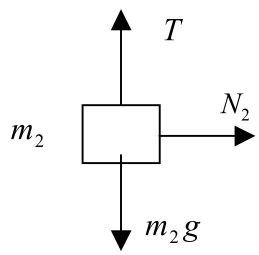
ii) D.C.L. bloque de masa m_1



$$\sum F_{//} : T = m_1 a \qquad (3)$$

$$\sum F_{\perp} : N - m_1 g = 0. \qquad (4)$$

iii) D.C.L. bloque de masa m_2



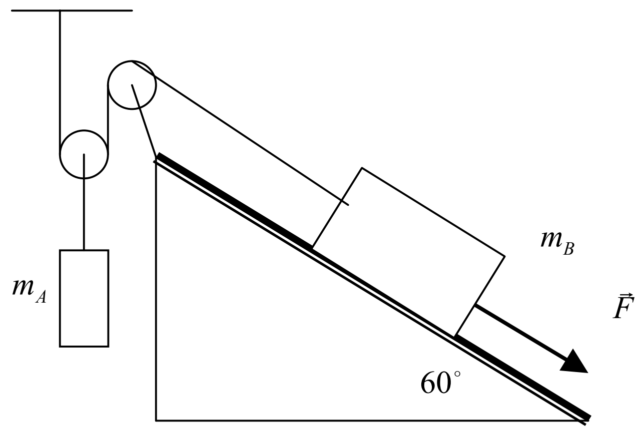
$$\sum F_{//} : N_2 = m_2 a \qquad (5)$$

$$\sum F_{\perp} : T - m_2 g = 0. \qquad (6)$$

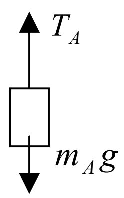
De ecuación (1) $F = (m_1 + m_2 + M) \cdot a$ pero de ec. (3) y (6): $a = \left(\frac{m_2}{m_1} \right) g$. Por lo tanto,

$$F = \left(\frac{m_1 + m_2 + M}{m_1} \right) \cdot m_2 \cdot g.$$

3. Usando los datos que se indican, calcular la magnitud de $\vec{F}$ de la fuerza de modo que el bloque de masa m_A suba con aceleración de magnitud $a_A = g/5$. Las poleas son de masa despreciable. $m_A = 2m_B, \theta = 60^\circ, \mu_c = 0{,}2, m_B = 1[kg]$ Considere $g = 10\left[m/s^2 \right]$.

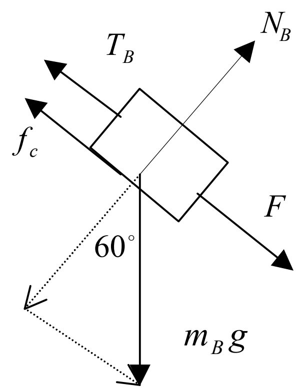


i) D.C.L. bloque m_A:



$$\sum F_{//} : T_A - m_A g = m_A a_A \qquad (1)$$

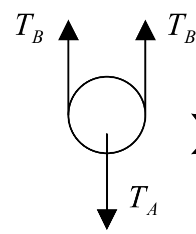
ii) D.C.L. bloque m_B:



$$\sum F_{//} : F + m_B g\,\mathrm{sen}(60^\circ) - T_B - f_c = m_B a_B \qquad (2)$$

$$\sum F_{\perp} : N_B - m_B g\cos(60^\circ) = 0 \qquad (3)$$

iii) D.C.L. polea:

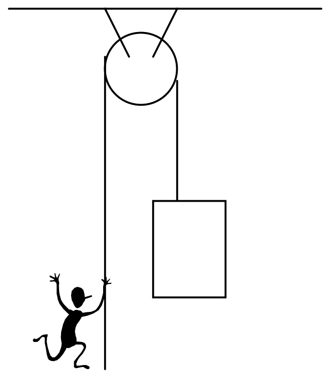


$$\sum F_{//} : 2T_B - T_A = m_{polea}\cdot a_{polea} = 0 \qquad (4)$$

Como $f_c = \mu_c N_B$, $a_B = 2a_A$ y $T_A = 2T_B$;

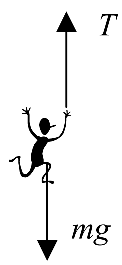
$$F = \frac{2a_A(2m_B + m_A) + 2\mu_c m_B g\cos(60^\circ) + m_A g - 2m_B g\,\mathrm{sen}(60^\circ)}{2} = 10{,}34[N].$$

4. Un niño de 40 [kg] de masa trepa por la cuerda de la que cuelga un paquete de 50 [kg] en el otro extremo. Calcule la aceleración con que debe subir el niño para que el paquete no se mueva.



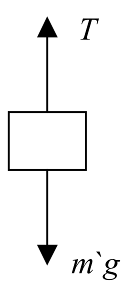
Solución:

D.C.L. niño:



$$\sum F_{//} : T - mg = ma \qquad (1)$$

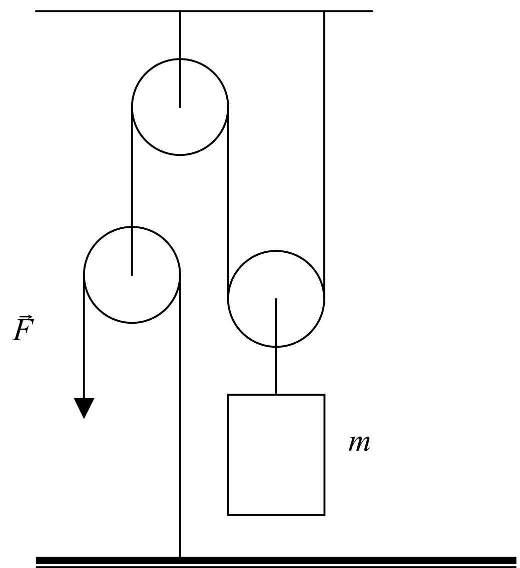
D.C.L. paquete:



$$\sum F_{//} : T - m`g = 0 \qquad (2)$$

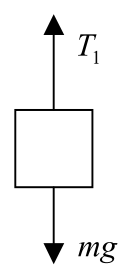
De (2), $T = m`g$ que reemplazando en (1): $a = g(m`-m)/m = g/4 = 2{,}5\left[m/s^2\right]$.

5. Determinar la magnitud de la fuerza $\vec{F}$ con que se debe tirar la cuerda que pasa por la polea inferior para que el cuerpo de masa $m = 1[kg]$ adquiera una aceleración $a = 0,2g$ hacia arriba. Las poleas son de masa despreciable.



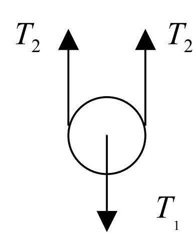
Solución:

i) D.C.L. bloque m :



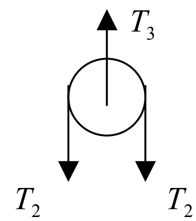
$$\sum F_{//} : T_1 - mg = ma \qquad (1)$$

ii) D.C.L. polea inferior derecha:



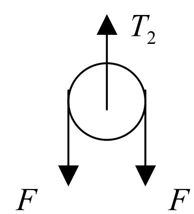
$$\sum F_{//} : 2T_2 - T_1 = m_{polea} \cdot a_{polea} = 0 \Rightarrow T_1 = 2T_2 \qquad (2)$$

iii) D.C.L. polea superior:



$$\sum F_{//} : T_3 - 2T_2 = m_{polea} \cdot a_{polea} = 0 \Rightarrow T_3 = 2T_2 . \qquad (3)$$

iv) D.C.L. polea inferior izquierda:

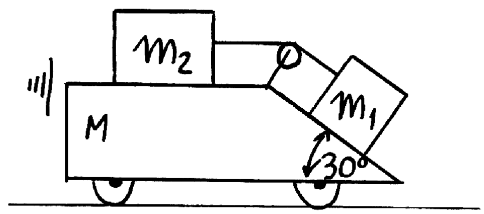


$$\sum F_{//} : 2F - T_2 = m_{polea} \cdot a_{polea} = 0 \Rightarrow T_2 = 2F . \qquad (4)$$

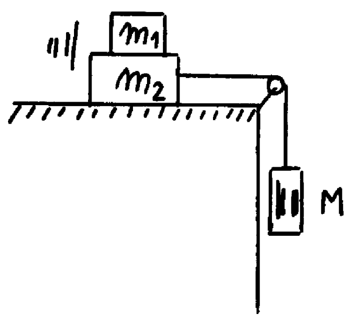
De ecuación (4): $F = T_2/2$; usando (2) $F = T_1/4$; usando (1): $F = \dfrac{m(a+g)}{4} = \dfrac{1{,}2mg}{4} = 3[N]$.

EJERCICIOS

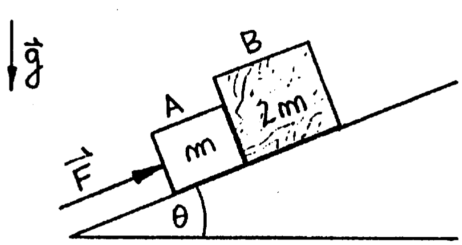
1. Determine la aceleración del sistema de modo que las masas m_1 y m_2 permanezcan en reposo respecto a M. Considere que $m_1 = m_2$ y que no hay roce en las superficies en contacto.



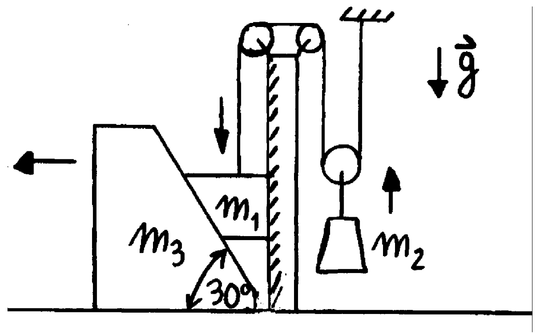
2. Entre las superficies en contacto que muestra la figura, el coeficiente de rece estático μ_e es 0,6 y el coeficiente de roce cinético μ_c es 0,4. Determine el valor máximo de la masa M, para que el bloque de masa $m_1 = 1[kg]$ que descansa sobre el cuerpo de masa $m_2 = 2[kg]$ no deslice.



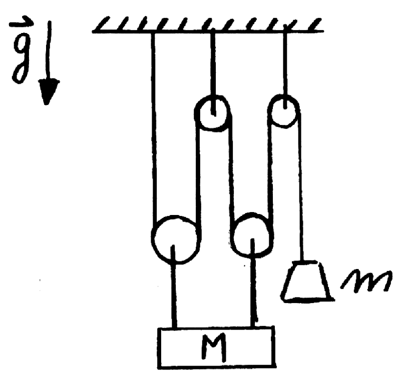
3. Determine la magnitud de la fuerza $\vec{F}$ que debe aplicarse sobre el cuerpo A mostrado en la figura para que el sistema se mueva hacia arriba por el plano inclinado, con aceleración constante de $2[m/s^2]$. Determine además la fuerza de contacto entre ambos cuerpos. Considere que $\theta = 30^{\circ}; m = 1[kg]$



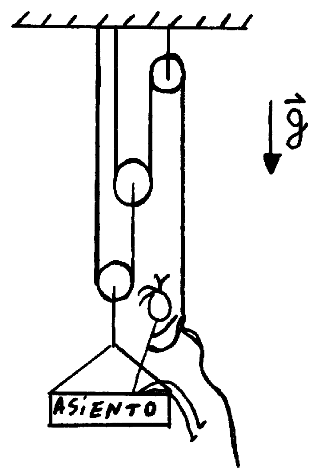
4. Encuentre la aceleración de m_3, si m_2 sube con aceleración constante, de magnitud $g/5$. Solo existe fricción entre m_1 y la pared vertical. Considere:
$m_1 = m_3 = 6m_2 = 6[kg]; \mu_c = 0{,}77.$



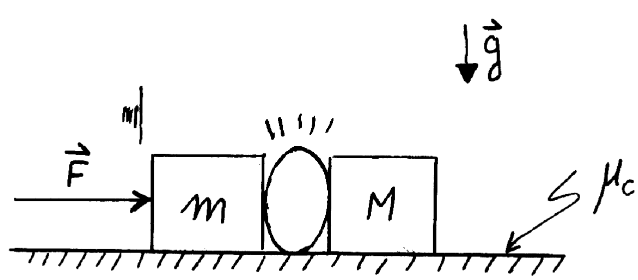
5. La figura muestra un sistema de poleas, las que están unidas mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable, cuya tensión de ruptura es de 30750[N]. Determine el máximo valor de m para que la cuerda no se rompa cuando levante un contenedor de masa 12000 [kg].



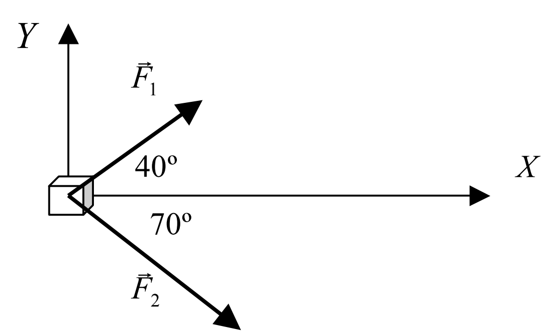
6. Determine la fuerza que debe ejercer sobre la cuerda el hombre de masa 90 [kg] para sostenerse a si mismo. Determine además la fuerza que el hombre ejerce sobre el asiento. Masa del asiento igual a 10 [kg].



7. En el sistema se muestra dos bloques que comprimen un huevo de masa despreciable, el que puede soportar una compresión máxima de hasta 1,5 [N]. Determine la magnitud máxima de la fuerza $\vec{F}$ y la aceleración que adquiere el sistema sin que el huevo se rompa. $\mu_c = 0{,}1$, $M = m/2 = 1[kg]$, $g = 10[m/s^2]$



8. Las fuerza $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ mostradas en la figura, le dan a un objeto de masa 8 [kg] una aceleración de $3[m/s^2]$, en la dirección y sentido del eje +X. Encuentre las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.



9. Un automóvil de 1800 [kg] que se desplaza en una carretera aplica los frenos en el momento que lleva una velocidad de $36[km/hr]$. Si se detiene en una distancia de $100[m]$, calcule la fuerza que logra detenerlo.

10. Un pedazo de hielo resbala en un plano inclinado 45º, en un tiempo doble del que tarda en resbalar por un plano sin fricción inclinado 45º. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre el hielo y el plano inclinado?.

11. Un estudiante quiere determinar los coeficientes de fricción estática y cinética entre una caja y un tablón. Coloca la caja en el tablón y poco a poco levanta éste. Cuando el ángulo de inclinación con la horizontal es de 30º, la caja comienza a resbalar, y resbala $4[m]$ en el tablón exactamente en $4[s]$. Explique cómo puede determinar los coeficientes mediante esas observaciones. ¿Depende el resultado de la masa de la caja?. Calcule tales coeficientes.